

	Concours EAMAC 2024	Cycle : EXPLOITATION EN AERONAUTIQUE CIVILE
---	--	--

Epreuve de : Mathématiques

Durée : 04 heures

Exercice 1 (5pts) :

Soit f la fonction définie sur $] -1; 1[$ par $f(x) = \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}$

- Déterminer la fonction $a :] -1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ telle que, pour tout $x \in] -1, 1[$,

$$f'(x) + a(x)f(x) = \frac{1}{1-x^2}$$
- Déterminer un développement limité à l'ordre 4 en 0 de a .
- En déduire un développement limité à l'ordre 5 en 0 de f .

Exercice 2 (5pts) :

Décomposer en éléments simples sur $\mathbb{R}$ les fractions rationnelles suivantes :

- $\frac{X^4 + 1}{(X^2 + 1)(X + 1)^2}$,
- $\frac{X^m}{(X - 1)^n}$

Où m et n sont des entiers naturels.

Exercice 3 (5pts) :

1). Soient a et b deux réels tels que $0 < a < b$.

a) Donner une décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle

$$\frac{1}{(x-a)(x-b)}.$$

b) Montrer que la série $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n-a)(n-b)}$ converge et calculer sa somme.

2). Montrer que les séries $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^{\ln(n)}}$ et $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{(\ln(n))^n}$ convergent.

Exercice 4 (5pts) :

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3.

- 1) Pour tout x réel, calculer la somme

$$A_n(x) = x^3 + x^4 + \dots + x^n$$

- 2) En déduire les expressions des sommes :

$$S_n = 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n$$

$$T_n = 3 \times 2^2 + 4 \times 2^3 + \dots + n \times 2^{n-1}$$